

11-2-2010

## Shaft Torsional Vibration Response of Vertical Axis Ocean Current Turbine Model Due to Torque Excitation

Adi Wirawan Husodo

*Jurusan Teknik Permesinan Kapal, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Surabaya 60111, Indonesia,*  
adi\_wirawan@ppns.ac.id

I Ketut Aria Pria Utama

*Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya 60111, Indonesia*

I Made Ariana

*Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya 60111, Indonesia*

Follow this and additional works at: <https://scholarhub.ui.ac.id/mjt>



Part of the [Chemical Engineering Commons](#), [Civil Engineering Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Electrical and Electronics Commons](#), [Metallurgy Commons](#), [Ocean Engineering Commons](#), and the [Structural Engineering Commons](#)

---

### Recommended Citation

Husodo, Adi Wirawan; Utama, I Ketut Aria Pria; and Ariana, I Made (2010) "Shaft Torsional Vibration Response of Vertical Axis Ocean Current Turbine Model Due to Torque Excitation," *Makara Journal of Technology*: Vol. 14 : No. 2 , Article 14.

DOI: 10.7454/mst.v14i2.706

Available at: <https://scholarhub.ui.ac.id/mjt/vol14/iss2/14>

This Article is brought to you for free and open access by the Universitas Indonesia at UI Scholars Hub. It has been accepted for inclusion in Makara Journal of Technology by an authorized editor of UI Scholars Hub.

## RESPONS GETARAN TORSIONAL POROS MODEL TURBIN ARUS LAUT SUMBU VERTIKAL AKIBAT EKSITASI MOMEN PUNTIR

Adi Wirawan Husodo<sup>1\*)</sup>, I Ketut Aria Pria Utama<sup>2</sup>, dan I Made Ariana<sup>2</sup>

1. Jurusan Teknik Permesinan Kapal, Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya, Surabaya 60111, Indonesia
2. Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya 60111, Indonesia

<sup>\*)</sup>E-mail: adi\_wirawan@ppns.ac.id

---

### Abstrak

Penelitian ini mengkaji respons getaran torsional model turbin arus laut sumbu vertikal terhadap pola eksitasi momen puntir yang acak akibat variasi kecepatan arus laut. Model turbin terdiri atas 3 buah *blade* aluminium jenis NACA 0018 yang masing-masing terhubung pada poros, dengan dimensi *chord* 10 cm, *chamber* 1,8 cm dan *span* 100 cm. Variasi kecepatan arus laut yang digunakan adalah 0,5 m/s, 1,0 m/s, 1,5 m/s, 2,0 m/s, 2,5 m/s dan 3,5 m/s. Model mempunyai 2 derajat kebebasan yang digambarkan dengan 2 persamaan diferensial orde-2. Penyelesaian *eigenvalue* menghasilkan nilai frekuensi natural model, yaitu 201,38 rad/s dan 457,91 rad/s. Deret *Fourier* digunakan untuk mendefinisikan persamaan momen puntir eksitasi, sedangkan penyelesaian persamaan getaran menggunakan transformasi *Laplace*. Hasil analisis menyatakan bahwa tidak terjadi resonansi karena nilai frekuensi natural model tidak sama dengan nilai frekuensi eksitasinya. Model mengalami puntiran statis dahulu sebelum bergetar. Respons yang terjadi diawali dengan respons transien, kemudian respon tunak (*steady*). Semakin besar eksitasi momen puntir menyebabkan semakin besarnya simpangan sudut dan amplitudonya.

### Abstract

**Shaft Torsional Vibration Response of Vertical Axis Ocean Current Turbine Model Due to Torque Excitation.** The current research aimed to study the torsional vibration response of Vertical Axis Ocean Current Turbine due to randomly torque excitation pattern, owing to the variety of ocean current velocity. The turbine model is composed of 3 aluminum blades of NACA 0018 connected to steel shaft. Turbine dimensions are 10 cm of chord, 1.8 cm of chamber and 100 cm of span. The variation of ocean current velocity is 0.5 m/s, 1.0 m/s, 1.5 m/s, 2.0 m/s, 2.5 m/s and 3.0 m/s. The Model has 2 degree of freedom which is described into two 2<sup>nd</sup> order differential equations. The eigenvalue solution yields the model's natural frequencies; 201,38 rad/s and 457.91 rad/s. *Fourier series* is used to define the equation of torsional excitation, whilst the vibration equation is solved using *Laplace Transform*. According to analysis, there is no resonance occur. That because of the system's natural frequencies is diverse to the magnitude of excitation frequencies. Model will be statically twisted first before vibrated. The response will be transient first then constantly steady. Furthermore, the bigger torque excitation will cause the bigger angular displacement as well the amplitude.

*Keywords: angular displacement, natural frequency, torsional vibration, vertical axis turbine*

---

### 1. Pendahuluan

Studi tentang pemanfaatan turbin sumbu vertikal (*vertical axis turbine*) sebagai mekanisme penghasil energi alami terbarukan (*natural renewable energy*) dari laut sudah mulai banyak dilakukan. Hal ini dilakukan sebagai langkah antisipasi terhadap semakin berkurangnya sumber energi yang berasal dari dalam bumi (fosil). Salah satunya adalah studi eksperimental yang dilakukan oleh Kyojuzuka [1] yang mempelajari kemungkinan pembang-

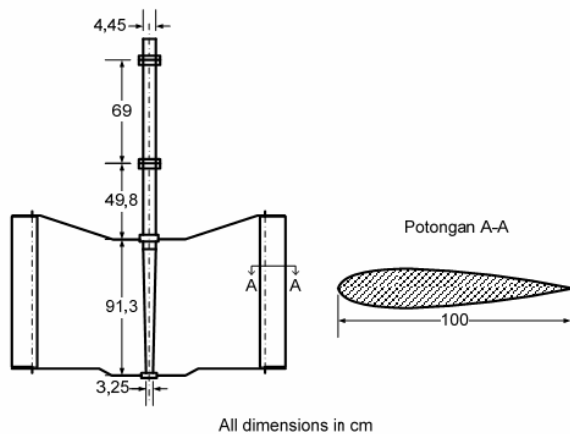
kitan listrik yang bersumber dari arus laut dengan menggunakan turbin jenis *Darrieus-Savonius*. Beberapa studi lain tentang pemanfaatan turbin jenis *Darrieus* ini terutama terkait dengan kemungkinan menjadi sumber pembangkit listrik ataupun dari sisi kajian karakteristik hidrodinamisnya telah banyak dilakukan di Jepang [2-5]. Sedangkan di Indonesia, Hantoro *et al.* [6] melakukan analisis terhadap beban-beban arus laut yang tidak tetap (*unsteady load*) yang bekerja pada turbin arus laut sumbu tegak. Turbin sumbu vertikal sendiri oleh Khan

et al. [7] diklasifikasikan ke dalam 5 jenis, yaitu: 1) *SC-Darrieus (Straight Blade)*, 2) *H-Darrieus (Straight Blade)*, 3) *Darrieus (Curved Blade)*, 4) *Gorlov (Helical Blade)*, dan 5) *Savonius (Straight/Skewed)*.

Sebagaimana yang umum terjadi pada mekanisme berputar, dalam mengkaji karakteristik performansi turbin sumbu vertikal, maka pengaruh getaran harus diperhatikan. Khususnya getaran yang terjadi pada poros turbin. Karakteristik getaran yang perlu dikaji salah satunya adalah getaran torsional dimana karakteristik tersebut nantinya akan menjadi informasi penting bagi perancang sistem perporosan. Karena pentingnya informasi tersebut, maka telah banyak penelitian yang dilakukan terkait getaran torsional poros untuk berbagai sudut pandang kajian. Wu [8] melakukan penelitian untuk menganalisis getaran torsional pada suatu sistem poros teredam dengan menggunakan elemen poros yang tirus (*tapered*). Huang [9] meneliti karakteristik getaran torsional pada suatu poros yang tidak seimbang (*unbalanced*). Chen [10] menginvestigasi getaran torsional pada silinder yang mempunyai variasi luasan permukaan dan *adhesive mass*. Behzad dan Bastami [11] mempelajari pengaruh gaya sentrifugal terhadap nilai frekuensi natural getaran lateral pada poros yang berputar. Al-Nassar et al. [12] melakukan analisis pendekatan terhadap stabilitas getaran pada suatu *blade* yang berputar akibat eksitasi torsional. Penelitian-penelitian tersebut [8-12] lebih mengkaji poros horisontal. Sedangkan pada penelitian ini, poros yang digunakan vertikal dan menggantung dengan kecenderungan adanya penuruan diameter. Disamping adanya pemanfaatan prinsip *lump mass* untuk menentukan besarnya momen inersia massa polarnya.

**2. Metode Penelitian**

Model turbin sumbu vertikal yang digunakan sebagai bahan kajian adalah *H-Darrieus Straight Blade*. Model tersusun atas poros (*steel*), 3 buah *aluminum blade* (NACA 0018) dan lengan (*arm*) yang berfungsi sebagai



Gambar 1. Model Turbin Sumbu Vertikal

penghubung antara *blade* dengan poros. Panjang keseluruhan poros 2.240 mm dan diameter 44,5 mm. Panjang *chord blade* 100 mm dan span 1.000 mm (Gambar 1).

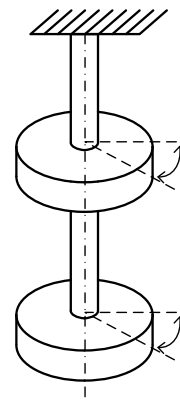
Penelitian kajian numerik ini diawali dengan menggambarkan diagram benda bebas (*free body diagram*) model dan menentukan berapa besar derajat kebebasan (*degree of freedom*) yang menyusunnya. Dengan mengacu pada diagram benda bebas tersebut kemudian disusun persamaan matematis yang menggambarkan gerakan torsional model yang berupa persamaan diferensial orde-2 (Gambar 2).

Tiga macam pendekatan matematis dilakukan untuk mengetahui nilai frekuensi natural model, eksitasi momen puntir dan respons getaran torsional. Frekuensi natural dihitung dengan menggunakan pendekatan *eigenvalues* [13]. Eksitasi momen puntir ditentukan berdasarkan besarnya variasi fluktuasi momen puntir yang dihasilkan oleh Hantoro et al. [6], dengan menggunakan pendekatan deret *Fourier* [14]. Sedangkan respons getaran torsional dilakukan dengan menggunakan pendekatan transformasi *Laplace* [15].

**Pemodelan Matematis Sistem.** Model turbin sumbu vertikal dimodelkan dalam bentuk sistem poros yang menggantung (*cantilever*) dengan 2 buah massa terkonsentrasi (*lump mass*), dimana konsentrasi massa tersebut berasal dari massa 3 buah *blade*.

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\theta}_1 + c_{t1} \dot{\theta}_1 - c_{t2} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + k_{t1} \theta_1 - k_{t2} (\theta_2 - \theta_1) &= M_1(t) \\
 J_2 \ddot{\theta}_2 + c_{t2} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + k_{t2} (\theta_2 - \theta_1) &= M_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Persamaan (1) menggambarkan gerakan dari masing-masing massa *lump*.  $J_1$  dan  $J_2$  adalah momen inersia massa polar dari massa *lump* ke-1 dan massa *lump* ke-2 ( $\text{kg m}^2$ ),  $c_{t1}$  dan  $c_{t2}$  adalah koefisien redaman torsional poros ke-1 dan poros ke-2 ( $\text{N s m/rad}$ ),  $k_{t1}$  dan  $k_{t2}$  adalah koefisien pegas torsional poros ke-1 dan poros ke-2 ( $\text{N m/rad}$ ). Sedangkan  $M_1$  dan  $M_2$  adalah besarnya eksitasi momen puntir pada massa *lump* ke-1 dan massa *lump* ke-2 ( $\text{N m}$ ).



Gambar 2. Diagram Benda Bebas Model

**Frekuensi Natural.** Frekuensi natural merupakan frekuensi alami suatu sistem tanpa pengaruh adanya gaya atau eksitasi dari luar. Nilai frekuensi natural model diperoleh dengan meniadakan unsur redaman dan eksitasi momen puntir pada Persamaan (1). Solusi matematis menggunakan prinsip *eigenvalue* [13].

$$-\omega^2[M]X + [K]X = 0 \tag{2}$$

Pada Persamaan (2) tersebut,  $\omega^2$  merupakan nilai *eigenvalue* dari  $[M]^{-1}[K]$ . Kuadrat dari nilai *real eigenvalue* mempunyai 2 kemungkinan, positif dan negatif. Dimana yang positif diidentifikasi sebagai frekuensi natural.

**Eksitasi Momen Puntir.** Besarnya eksitasi momen puntir mengacu pada besarnya fluktuasi momen puntir yang dihasilkan oleh Hantoro, *et al* [6]. Fluktuasi tersebut bersifat acak sehingga untuk menjadikannya sebagai eksitor getaran perlu didekati dengan menggunakan deret *Fourier* pada Persamaan (3) berikut [14].

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \tag{3}$$

### 3. Hasil dan Pembahasan

Dari hasil perhitungan, nilai-nilai parameter pada Persamaan (1) dapat dilihat pada Tabel 1. Matriks massa  $[M]$  dan matriks kekakuan  $[K]$  untuk menentukan besarnya nilai frekuensi natural adalah sebagai berikut:

$$[M] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} kt_1 + kt_2 & -kt_2 \\ -kt_2 & kt_2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (4) dan (5) pada Persamaan (2), maka besarnya frekuensi natural model adalah 201,38 rad/sec dan 457,91 rad/s. Dari analisis yang telah dilakukan terhadap kedua nilai frekuensi

natural tersebut, jika dibandingkan dengan besarnya frekuensi eksitasi momen puntir; 6,9 rad/s, 15,4 rad/s, 19,8 rad/s, 26,1 rad/s, 31,4 rad/s dan 36,1 rad/s, maka dapat dikatakan bahwa model tidak akan mengalami resonansi. Hal ini disebabkan karena nilai frekuensi natural model tidak ada yang sama dengan nilai frekuensi eksitasi momen puntirnya.

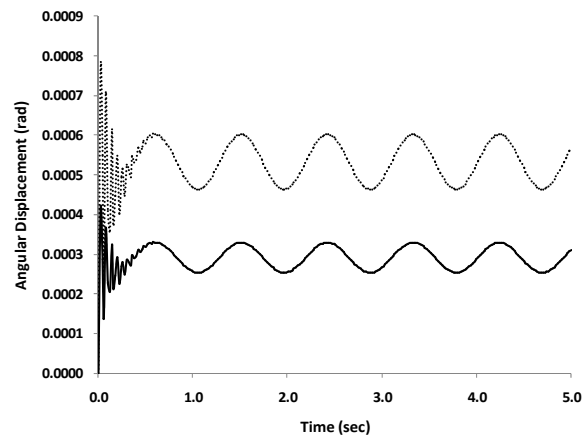
Dari hasil penguraian terhadap Persamaan (1), pada kecepatan arus laut 0,5 m/s, model akan mengalami puntiran statis terlebih dahulu (dalam arah radian) baru kemudian bergetar terhadap posisi puntiran statisnya (Gambar 3). Respons diawali dengan respons transien kemudian respons *steady*. Besarnya puntiran statis pada massa *lump* ke-1 adalah  $0,412 \times 10^{-3}$  rad dan puntiran statis pada massa *lump* ke-2 adalah  $0,764 \times 10^{-3}$  rad. Besarnya simpangan sudut pada massa *lump* ke-1 berkisar antara  $0,254 \times 10^{-3} \sim 0,329 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan sudut sebesar  $0,038 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan pada massa *lump* ke-2 besarnya simpangan sudut berkisar antara  $0,463 \times 10^{-3} \sim 0,602 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $0,069 \times 10^{-3}$  rad.

Pada kecepatan arus laut 1,0 m/s, model juga mengalami puntiran statis terlebih dahulu baru kemudian mengalami getaran. Respons getaran yang dihasilkan juga bersifat transien kemudian respons *steady*. Besarnya puntiran statis pada massa *lump* ke-1 adalah  $1,6 \times 10^{-3}$  rad dan pada massa *lump* ke-2 adalah  $3,0 \times 10^{-3}$  rad. Simpangan sudut yang terjadi pada massa *lump* ke-1 berkisar antara  $1,0 \times 10^{-3} \sim 1,3 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $0,15 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan pada massa *lump* ke-2 besarnya simpangan berkisar antara  $1,8 \times 10^{-3} \sim 2,4 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan sebesar  $0,3 \times 10^{-3}$  rad (Gambar 4).

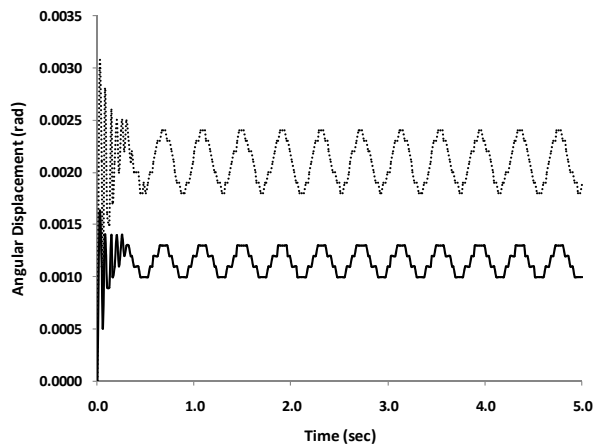
Pada kecepatan arus laut 1,5 m/s (Gambar 5) model pada awalnya mengalami puntiran statis baru bergetar, dengan respons getarannya transien dan *steady*. Pada massa *lump* ke-1 besarnya puntiran statis  $3,6 \times 10^{-3}$  rad

Tabel 1. Parameter Model

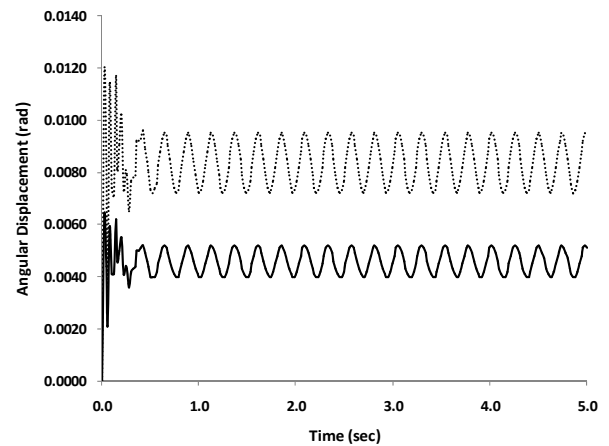
No	Parameter	Nilai	Unit
1	Momen inersia massa polar <i>lump</i> ke-1 ( $J_1$ )	0,53	kg m <sup>2</sup>
2	Momen inersia massa polar <i>lump</i> ke-2 ( $J_2$ )	0,43	kg m <sup>2</sup>
3	Koefisien kekakuan poros ke-1 ( $k_{r1}$ )	$5,97 \times 10^4$	Nm/rad
4	Koefisien kekakuan poros ke-2 ( $k_{r2}$ )	$3,26 \times 10^4$	Nm/rad
5	Koefisien redaman poros ke-1 ( $c_{t1}$ )	26,58	Nsm/rad
6	Koefisien redaman poros ke-2 ( $c_{t2}$ )	13,19	Nsm/rad



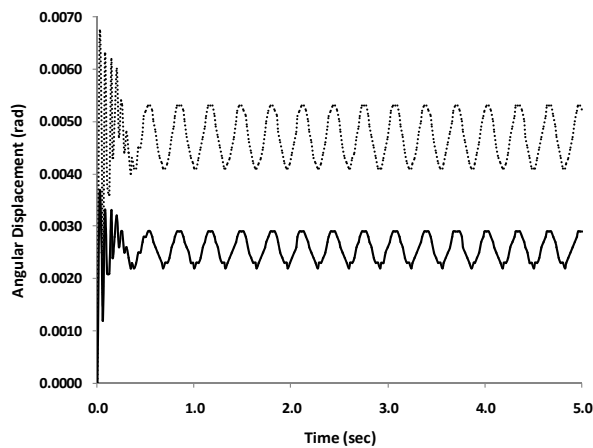
Gambar 3. Respons Getaran Torsional Massa *Lump*-1 (—) dan Massa *Lump*-2 (····) pada  $u = 0,5$  m/s



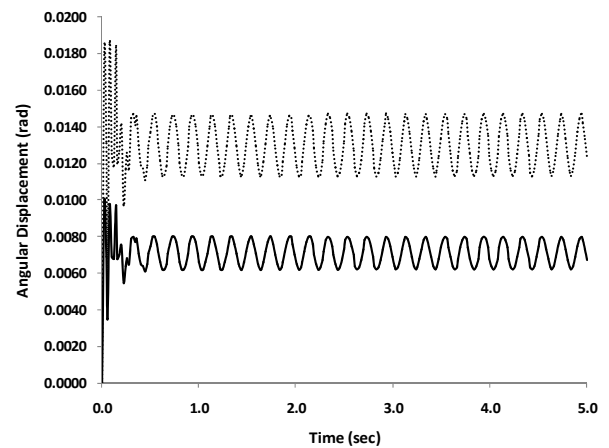
Gambar 4. Respons Getaran Torsional Massa Lump-1 (—) dan Massa Lump-2 (⋯) pada  $u = 1,0$  m/s



Gambar 6. Respons Getaran Torsional Massa Lump-1 (—) dan Massa Lump-2 (⋯) pada  $u = 2,0$  m/s



Gambar 5. Respons Getaran Torsional Massa Lump-1 (—) dan Massa Lump-2 (⋯) pada  $u = 1,5$  m/s



Gambar 7. Respons Getaran Torsional Massa Lump-1 (—) dan Massa Lump-2 (⋯) pada  $u = 2,5$  m/s

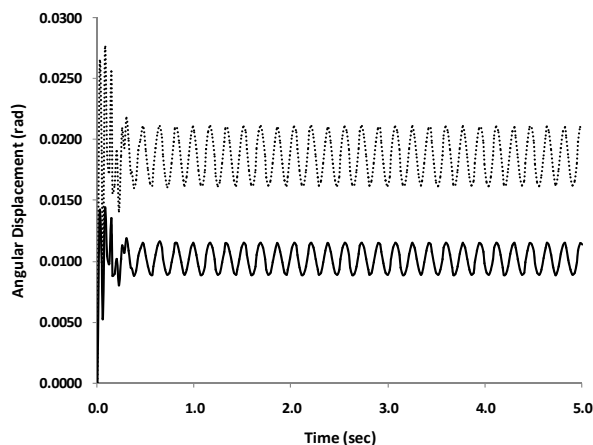
dan pada massa lump ke-2 sebesar  $6,6 \times 10^{-3}$  rad. Besarnya respons simpangan yang terjadi pada massa lump ke-1 berkisar antara  $2,2 \times 10^{-3} \sim 2,9 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $0,35 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan besarnya respons simpangan pada massa lump ke-2 adalah  $4,1 \times 10^{-3} \sim 5,3 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan  $0,6 \times 10^{-3}$  rad.

Pada kecepatan arus laut 2,0 m/s (Gambar 6), respons yang terjadi juga diawali dengan adanya puntiran statis kemudian respons getarannya transien dan kemudian *steady*. Besarnya puntiran statis pada mass lump ke-1 adalah  $6,3 \times 10^{-3}$  rad dan pada massa lump ke-2 adalah  $11,7 \times 10^{-3}$  rad. Pada massa lump ke-1, respons simpangan yang terjadi berkisar antara  $4,0 \times 10^{-3} \sim 5,2 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $0,60 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan pada massa lump ke-2 besarnya respons simpangan berkisar antara  $7,2 \times 10^{-3} \sim 9,5 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $1,15 \times 10^{-3}$  rad.

Pada kecepatan arus laut 2,5 m/s (Gambar 7) model mengalami puntiran statis terlebih dahulu sebelum mengalami getaran. Respons getarannya transien dan juga *steady*, sebagaimana yang terjadi pada kecepatan yang lain.

Besarnya puntiran statis pada massa lump ke-1 sebesar  $9,8 \times 10^{-3}$  rad dan pada massa lump ke-2 adalah  $18,1 \times 10^{-3}$  rad. Besarnya respons simpangan sudut pada massa lump ke-1 berkisar antara  $6,2 \times 10^{-3} \sim 8,0 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan sudut  $0,90 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan pada massa lump ke-2, simpangan sudut yang terjadi berkisar antara  $11,3 \times 10^{-3} \sim 14,7 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo  $1,70 \times 10^{-3}$  rad.

Pada kecepatan arus laut 3,0 m/s (Gambar 8), pada model terjadi puntiran statis dahulu kemudian bergetar. Respons getaran yang terjadi adalah transien sesaat kemudian berubah menjadi *steady*. Besarnya puntiran statis pada massa lump ke-1 adalah  $13,9 \times 10^{-3}$  rad dan



Gambar 8. Respons Getaran Torsional Massa Lump-1 (—) dan Massa Lump-2 (····) pada  $u = 3,0$  m/s

pada massa lump ke-2 adalah  $25,8 \times 10^{-3}$  rad. Besarnya simpangan sudut yang terjadi pada massa lump ke-1 berkisar antara  $8,9 \times 10^{-3} \sim 11,5 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan  $1,30 \times 10^{-3}$  rad. Sedangkan pada massa lump ke-2 besarnya simpangan sudut berkisar antara  $16,2 \times 10^{-3} \sim 21,1 \times 10^{-3}$  rad dengan amplitudo simpangan  $2,45 \times 10^{-3}$  rad.

Jika diamati pada setiap respons getaran torsional untuk masing-masing variasi kecepatan arus laut, maka dapat dilihat adanya kesamaan pola respons getaran yang terjadi. Model akan mengalami puntiran statis terlebih dahulu, baru kemudian bergetar. Respons yang terjadi diawali dengan respons transien sesaat, kemudian berubah menjadi respons *steady* secara kontinyu. Respons transien tersebut disebabkan karena adanya eksitasi momen puntir yang bekerja pada model secara tiba-tiba. Besarnya simpangan sudut pada massa lump ke-2 pada setiap variasi kecepatan arus laut selalu lebih besar dari simpangan sudut pada massa lump ke-1. Hal ini disebabkan terutama oleh fungsi panjang poros masing-masing massa lump.

#### 4. Simpulan

Mengacu pada hasil pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa model turbin arus laut sumbu vertikal jenis *H-Darrieus Straight Blade* ini mempunyai karakteristik getaran yang baik. Jika ditinjau dari besarnya nilai frekuensi naturalnya, maka kemungkinan terjadinya resonansi pada model turbin arus laut sumbu vertikal ini sangat kecil. Pola respons getaran torsional yang terjadi diawali oleh respons transien kemudian menjadi respons *steady* secara kontinyu. Semakin besar kecepatan arus laut, menyebabkan semakin besarnya simpangan sudut (*angular displacement*) dan amplitudonya. Besarnya simpangan sudut dan amplitudo simpangan pada massa lump ke-2 pada masing-masing kecepatan arus laut

selalu lebih besar dari simpangan sudut dan amplitudo simpangan pada massa lump ke-1. Hasil ini dapat dijadikan sebagai acuan awal dalam mempelajari turbin sumbu vertikal, meski masih sebatas aspek getaran torsional. Sebenarnya aspek getaran lateral juga perlu dikaji tersendiri. Mengingat dampak arus laut juga dapat menyebabkan eksitasi gaya dalam arah lateral. Kajian berbasis eksperimen juga perlu dilakukan sebagai bahan validasi dari kajian numerik ini. Terdapat hal lain yang secara spesifik tidak ada di model-model turbin (vertikal dan horisontal) untuk aplikasi di darat yang perlu dikaji, yaitu adanya pengaruh massa tambah (*added mass*) pada turbin aplikasi laut ini.

#### Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada DP2M Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi yang telah membiayai penelitian ini melalui Hibah Pasca Sarjana dengan nomor kontrak: 10473/I2.7/PM/2009.

#### Daftar Acuan

- [1] Y. Kyojuka, J. Fluid, Sci. Technol. 3/3 (2008) 439.
- [2] S. Kiho, M. Shiono, Trans IEE Japan, 1992, 112-D (in Japanese).
- [3] Y. Kyojuka, O. Kyoichiro, W. Hisanori, J. Japan Soc. Naval Arch. Ocean Eng., 4 (2006) 39.
- [4] M. Shiono, K. Naoi, K. Suzuki, Proc. 17<sup>th</sup> Int. Offshore & Polar Eng. Conf., Lisbon, Portugal, 2007, p. 288.
- [5] T. Torii, H. Ookubo, M. Yamane, K. Sagara, K. Seki, K. Sekita, Proc. 17<sup>th</sup> Int. Offshore & Polar Eng. Conf., Lisbon, Portugal, 2007, p. 297.
- [6] R. Hantoro, I.K.A.P. Utama, Erwandi, Proceeding of the 11<sup>th</sup> International Conference on QIR, Depok, Indonesia, 2009.
- [7] M.J. Khan, G. Bhuyan, M.T. Iqbal, J.E. Quicoe, App. Energy. 86 (2009) 1823.
- [8] J.J. Wu, J. Sound & Vibr. 306 (2007) 946.
- [9] D.G. Huang, J. Sound & Vibr. 308 (2007) 692.
- [10] Y.Z. Chen, J. Sound & Vibr. 241/3 (2001) 503.
- [11] M. Behzad, A.R. Bastami, J. Sound & Vibr. 274 (2004) 985.
- [12] Y.N. Al-Nassar, M. Kalyon, M. Pakdemirli, B.O. Al-Bedoor, J. Vibr. & Contr. 13/9-10 (2007) 1379.
- [13] R.V. Dukkipati, Solving Vibration Analysis Problems Using Matlab, Newage International (P) Ltd, New Delhi, 2007, p. 32.
- [14] R.V. Dukkipati, Solving Vibration Analysis Problems Using Matlab, Newage International (P) Ltd, New Delhi, 2007, p. 23.
- [15] S.G. Kelly, Theory and Problems of Mechanical Vibrations, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1996, p. 180.